ĐÁNH GIÁ HIỆU QUẢ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT DỰA VÀO XẤP XỈ HỆ THỐNG MỜ CON LẮC NGƯỢC

EVALUATING THE PERFORMANCE OF THE SLIDING MODE CONTROL BASED ON FUZZY SYSTEM APPROXIMATION FOR INVERTED PENDULUM

TRẦN VĂN DIỄN[1a], PHẠM THANH TÙNG[1]
[1]Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long
+ Tác giả liên hệ: [a]Email: dientv@vlute.edu.vn

Nhận bài (Received): 09/01/2023; Phản biện (Reviewed): 22/01/2023; Chấp nhận (Accepted): 01/3/2023

TÓM TẮT

Hiệu quả của bộ điều khiển trượt dựa vào xấp xỉ hệ thống mờ con lắc ngược được thiết kế và đánh giá trong bài báo này. Điều khiển trượt đã được áp dụng vào phương pháp thiết kế tổng quát, không nhạy cảm với sự không chắc chắn của tham số và nhiễu ngoài. Hệ thống mờ được sử dụng để xấp xỉ thành phần phi tuyến trong điều khiển trượt. Bộ điều khiển trượt dựa vào xấp xỉ hệ thống mờ được thiết kế để đảm bảo vị trí thực tế của con lắc hội tụ về vị trí mong muốn trong thời gian hữu hạn và giảm chattering. Tính ổn định của hệ thống được chứng minh bằng lý thuyết Lyapunov. Các kết quả mô phỏng với MATLAB/Simulink cho thấy hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất với thời gian tăng đạt 2.431(s), thời gian xác lập là 3.668(s), độ vọt lố là 1.811(%) và sai số xác lập là 0.001(rad) và hiện tượng chattering được giảm.

Từ khóa: điều khiển trượt, hệ thống mờ, con lắc ngược, Lyapunov, MATLAB/Simulink

ABSTRACT

The performance of a sliding mode control (SMC) based on fuzzy system approximation for an inverted pendulum is designed and evaluated in this research. SMC has been applied in the general design method and it is completely insensitive to parametric uncertainty and external disturbances. Fuzzy systems are used to approximate the nonlinear component in the SMC. The SMC controller based on fuzzy system approximation is designed to ensure that the actual position of the inverted pendulum reaches the reference in a finite time and reduces a chattering phenomenon. Based on the Lyapunov theory, the stability of the system is proven. Simulation results in MATLAB/Simulink show the effectiveness of the proposed controller with the rising time reaching 2.431(s), the settling time is 3.668(s), the percent overshoot is 1.811(%), the steady state error is 0.001(rad) and undesired chattering is reduced.

Keywords: *sliding mode control, fuzzy system, inverted pendulum, Lyapunov, MATLAB/Simulink*

1. Giới thiệu

Con lắc ngược là một hệ thống rất khó điều khiển do sự phức tạp, tính không ổn định và phi tuyến cao [1-2]. Mô hình

con lắc ngược có thể được tìm thấy trong nhiều ứng dụng kỹ thuật như robot biết đi, vận chuyển cá nhân và robot di động [3]. Nó là hệ thống hai bậc tự do (Degrees Of Freedom: DOF), một con lắc ngược được gắn vào xe đẩy, trong đó DOF được kích hoạt duy nhất cung cấp chuyển động ngang của xe đẩy. Mục tiêu chính là ổn định con lắc ở vị trí thẳng đứng với bất kỳ vị trí ban đầu theo phương ngang [4].

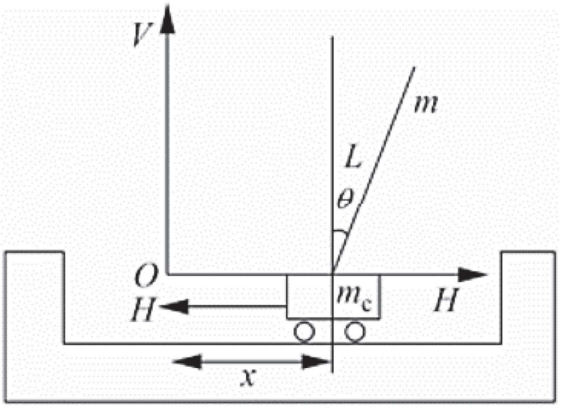
Hệ thống này đã được nhiều nhà khoa học quan tâm nghiên cứu và công bố với các bộ điều khiển khác nhau, chẳng hạn như bộ điều khiển PD (proportional derivative) mờ trong [1], bộ điều khiển PID (proportional-integral-derivative), LQR (Linear Quadratic Regulator) và MPC (Model Predictive controller) đã được tối ưu trong [2], bộ điều khiển trượt bậc 2 trong [3], logic mờ trong [4-5], PID và PID bậc phân số trong [6], NARMA-L2 với giải thuật lan truyền ngược Resilient và Levenberg Marquardt trong [7], điều khiển thích nghi mờ PID tự chỉnh trong [8], điều khiển mô hình tham chiếu mạng nơ-ron nhân tạo trong [9], PID cải tiến dựa vào chiến lược điều khiển giám sát mạng nơ-ron nhân tạo trong [10], bộ điều khiển mờ thích nghi lai trong [11] và điều khiển trượt trong [12].

Nghiên cứu này đề xuất và kiểm chứng hiệu quả bộ điều khiển trượt dựa vào xấp xỉ hệ thống mờ (gọi là bộ điều khiển trượt mờ thích nghi) cho con lắc ngược. Bộ điều khiển trượt (sliding mode control: SMC) đã được thực hiện thành công cho các mô hình phi tuyến tính để đạt được mục tiêu và hiệu quả điều khiển [12]. Ưu điểm của SMC là bền vững, hội tụ nhanh và giảm bậc động học bộ điều khiển. Trong nghiên cứu này, SMC có khả năng điều khiển góc con lắc bám theo góc đặt trước. Hệ thống mờ được sử dụng để xấp xỉ thành phần phi tuyến trong điều khiển trượt. Mục tiêu thiết kế của bộ điều khiển trượt mờ thích nghi là điều khiển góc của con lắc từ điều kiện ban đầu và giữ con lắc tại một góc cụ thể so với phương thẳng đứng.

Bài báo được tổ chức gồm 5 phần: mô hình toán học và điều khiển trượt con lắc ngược được trình bày trong phần 2, phần 3 trình bày các bước thiết kế bộ điều khiển dựa vào hệ thống mờ, các kết quả mô phỏng và đánh giá được trình bày trong phần 4 và phần 5 là kết luận.

2. Thiết kế bộ điều khiển trượt

Mô hình con lắc ngược như Hình 1.



Hình 1. Hệ thống con lắc ngược

Phương trình động học của hệ thống con lắc ngược như (1):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})u + d(t) \end{cases} \quad (1)$$

Trong đó:

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{g\sin x_1 - \dfrac{mlx_2^2 \cos x_1 \sin x}{m_c + m}}{l\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{m\cos^2 x_1}{m_c + m}\right)},$$

$$g(\boldsymbol{x}) = \frac{\dfrac{\cos x_1}{m_c + m}}{l\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{m\cos^2 x_1}{m_c + m}\right)}$$

Với $\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1 & x_2\end{bmatrix}$, x_1 là góc dao động và x_2 là tốc độ dao động; m_c là khối lượng của xe, m là khối lượng của thanh con lắc, l là một nửa chiều dài con lắc và u là ngõ vào điều khiển.

Sai số được định nghĩa như (2)

$$e=\theta_d-\theta \tag{2}$$

Trong đó, θ_d là ngõ ra mong muốn, θ là ngõ ra thực tế của con lắc.

Đạo hàm bậc một và hai của (2), ta được (3) và (4):

$$\dot{e}=\dot{\theta}_d-\dot{\theta} \tag{3}$$

$$\ddot{e}=\ddot{\theta}_d-\ddot{\theta} \tag{4}$$

Mặt trượt được định nghĩa như (5):

$$s=\dot{e}+\beta e \tag{5}$$

Đạo hàm của (5), ta được (6):

$$\dot{s}=\ddot{e}+\beta\dot{e} \tag{6}$$

Thế (4) vào (6), ta được (7):

$$\begin{aligned}\dot{s}&=\ddot{\theta}_d-\ddot{\theta}+\beta\dot{e}\\&=\ddot{\theta}_d-f\left(\boldsymbol{x}\right)-g\left(\boldsymbol{x}\right)u-d\left(t\right)+\beta\dot{e}\end{aligned} \tag{7}$$

Bộ điều khiển trượt với luật tiếp cận tốc độ hằng được thiết kế như (8):

$$u=\frac{1}{g\left(\boldsymbol{x}\right)}\left[-f\left(\boldsymbol{x}\right)+\ddot{\theta}_d+\beta\dot{e}+\eta sign\left(s\right)\right] \tag{8}$$

Luật điều khiển (8) đảo bảo θ hội tụ về θ_d trong thời gian hữu hạn với sai số tiến về 0. Tuy nhiên, thực tế điều khiển cho thấy thành phần $f\left(\boldsymbol{x}\right)$ trong (8) không dễ dàng đo đạc được. Vì vậy, nghiên cứu này hướng đến việc xấp xỉ $f\left(\boldsymbol{x}\right)$ bằng một hệ mờ.

3. Thiết kế bộ điều khiển dựa vào hệ thống mờ

3.1. Xấp xỉ thành phần không chắc chắn sử dụng hệ thống mờ

Trong phần này, nghiên cứu sẽ thay $f\left(\boldsymbol{x}\right)$ với hệ mờ $\hat{f}\left(\boldsymbol{x}\right)$ để thực hiện điều khiển hồi tiếp. Sử dụng định lý xấp xỉ toàn cục, ba bước được thiết kế như sau [13]:

1. Cho x_1 và x_2, xác định các tập mờ $A_1^{l_i}$ và $A_2^{l_i}$, tương ứng, $l_i=1,2,...,5$;

2. Thiết kế luật mờ $\prod_{i=1}^{n}p_i=p_1\times p_2=25$ để xây dựng hệ mờ $\hat{f}\left(\boldsymbol{x}\middle|\theta_f\right)$:

$$\begin{aligned}&R^{(1)}:\text{Nếu } x_1 \text{ là } A_1^1\ldots x_2 \text{ là } A_2^1 \text{ thì } \hat{f} \text{ là } B^1\\&\vdots\\&R^{(25)}:\text{Nếu } x_1 \text{ là } A_1^5\ldots x_2 \text{ là } A_2^5 \text{ thì } \hat{f} \text{ là } B^{25}\end{aligned} \tag{9}$$

Với $l_i=1,2,...,5, i=1,2, p_1=p_2=5.$

3. Sử dụng suy luận mờ, ngõ ra của một hệ mờ như (8)

$$\hat{f}\left(\boldsymbol{x}\middle|\theta_f\right)=\frac{\sum_{l_1=1}^{5}\sum_{l_2=1}^{5}\overline{y}_f^{l_1l_2}\left(\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^{l_i}}\left(x_i\right)\right)}{\sum_{l_1=1}^{5}\sum_{l_2=1}^{5}\left(\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^{l_i}}\left(x_i\right)\right)} \tag{10}$$

Với $\mu_{A_i^{l_i}}\left(x_i\right)$ là hàm hàm liên thuộc của x_i

Gọi $\overline{y}_f^{l_1l_2}$ là một tham số tự do và đặt trong $\hat{\boldsymbol{\theta}}_f\in\boldsymbol{R}^{(25)}$. Vector cột $\xi\left(\boldsymbol{x}\right)$ được đưa ra và (10) được viết lại như (11):

$$\hat{f}\left(\boldsymbol{x}\middle|\boldsymbol{\theta}_f\right)=\hat{\boldsymbol{\theta}}_f^T\boldsymbol{\xi}\left(\boldsymbol{x}\right) \tag{11}$$

Với $\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}x_1 & x_2\end{bmatrix}^T$, $\xi\left(\boldsymbol{x}\right)$ là vector cột $\prod_{i=1}^{n}p_i=p_1\times p_2=25$ và phần tử l_1,l_2 lần lượt như (12):

$$\xi_{l_1l_2}\left(\boldsymbol{x}\right)=\frac{\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^{l_i}}\left(x_i\right)}{\sum_{l_1=1}^{p_1}\sum_{l_2=1}^{p_2}\left(\prod_{i=1}^{2}\mu_{A_i^{l_i}}\left(x_i\right)\right)} \tag{12}$$

3.2. Thiết kế bộ điều khiển trượt mờ thích nghi

Giả sử thông số tối ưu như (13):

$$\theta_f^*=\arg\min_{\theta_f\in\Omega_f}\left[\sup_{x\in R^n}\left|\hat{f}\left(\boldsymbol{x}\middle|\theta_f\right)-f\left(\boldsymbol{x}\right)\right|\right] \tag{13}$$

Với Ω_f là tập của θ_f, nghĩa là $\theta_f\in\Omega_f$.

Thành phần f được biểu diễn như (14):

$$f = \boldsymbol{\theta}_f^{*T}\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon \quad (14)$$

Trong đó $\boldsymbol{x}$ là tín hiệu ngõ vào của hệ mờ, $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x})$ là vector mờ, ε là sai số xấp xỉ của hệ mờ và $\varepsilon \le \varepsilon_N$.

Hệ mờ được sử dụng để xấp xỉ f. Ngõ vào hệ mờ được chọn là $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$ và ngõ ra của hệ mờ như (15):

$$\hat{f}\left(\boldsymbol{x}\middle|\boldsymbol{\theta}_f\right) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_f^T\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) \quad (15)$$

Bộ điều khiển trượt mờ thích nghi được thiết kế như (16):

$$u = \frac{1}{g(\boldsymbol{x})}\left[-\hat{f}(\boldsymbol{x}) + \ddot{\theta}_d + \beta\dot{e} + \eta sign(s)\right] \quad (16)$$

Thế (16) vào (7), ta có (17):

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \ddot{\theta}_d - f(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{x})u - d(t) + \beta\dot{e} \\ &= \ddot{\theta}_d - f(\boldsymbol{x}) - \left[-\hat{f}(\boldsymbol{x}) + \ddot{\theta}_d + \beta\dot{e} + \eta sign(s)\right] - d(t) + \beta\dot{e} \\ &= -f(\boldsymbol{x}) + \hat{f}(\boldsymbol{x}) - \eta sign(s) - d(t) = -\tilde{f}(\boldsymbol{x}) - d(t) - \eta sign(s) \end{aligned} \quad (17)$$

Vì $\tilde{f}(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}) - \hat{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\theta}_f^{*T}\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon - \hat{\boldsymbol{\theta}}_f^T\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \varepsilon$

Trong đó, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f = \boldsymbol{\theta}_f^* - \hat{\boldsymbol{\theta}}_f$

Hàm Lyapunov được định nghĩa như (18) [13]: $$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\gamma\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f \quad (18)$$

Trong đó $\gamma > 0$

Thế (17) vào đạo hàm (18), ta được (19)

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + \gamma\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_f = s\left(-\tilde{f}(\boldsymbol{x}) - d(t) - \eta sign(s)\right) - \gamma\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_f \\ &= s\left(-\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) - \varepsilon - d(t) - \eta sign(s)\right) - \gamma\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_f \\ &= -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T\left(s\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) + \gamma\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_f\right) - s\left(\varepsilon + d(t) + \eta sign(s)\right) \end{aligned} \quad (19)$$

Luật điều khiển thích nghi được thiết kế như (20): $$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_f = -\frac{1}{\gamma}s\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{x}) \quad (20)$$

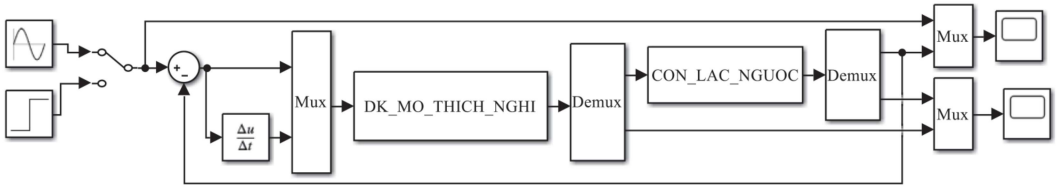
Khi đó, ta có (21):

$$\dot{V} = -s\left(\varepsilon + d(t) + \eta sign(s)\right) = -s\left(\varepsilon + d(t)\right) - \eta|s|$$

Do sai số xấp xỉ ε đủ nhỏ, ta thiết kế $\eta \ge \varepsilon_N + D$. Lúc này, ta sẽ có $\dot{V} \le 0$.

4. Kết quả mô phỏng và đánh giá

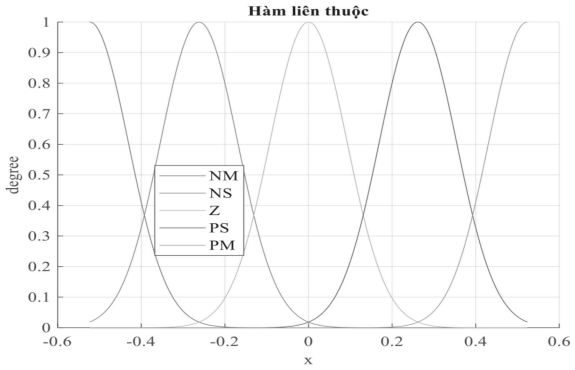
Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển đề xuất trong MATLAB/Simulink được trình bày như Hình 2.



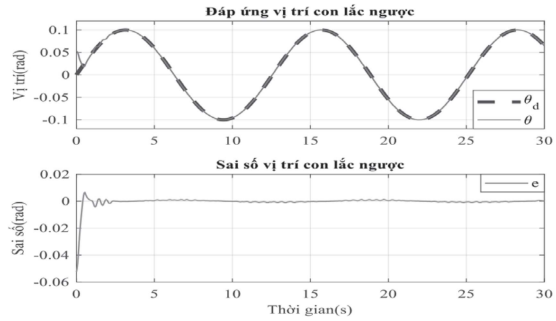
Hình 2. Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển đề xuất trong MATLAB/Simulink

Các thông số của con lắc ngược được sử dụng trong mô phỏng như sau: $g = 9.8\left(m/s^2\right)$, $m_c = 1(kg)$, $m = 0.1$, $l = 0.5$ và $\eta = 0.1$, $\beta = 25$, $\gamma = 0.005$ là các thông số của bộ điều khiển trượt mờ thích nghi.

Hàm liên thuộc của hệ thống mờ như Hình 3. Đáp ứng vị trí và sai số bộ điều khiển đề xuất với ngõ vào since ($\theta_d = 0.1\sin t$) được trình bày như Hình 4. Kết quả thể hiện trên Hình 4 cho thấy rằng vị trí thực tế của con lắc (θ) hội tụ về vị trí tham chiếu với thời gian tăng đạt 2.431(s), thời gian xác lập là 3.668(s), độ vọt lố là 1.811(%) và sai số xác lập là 0.001(rad). Bên cạnh đó, tiêu chí ITAE (Integral Time Absolute Error) cũng được sử dụng để đánh giá hiệu quả của hệ thống. Một hệ thống là được coi là một hệ thống điều khiển tối ưu khi các tham số hệ thống được điều chỉnh để chỉ số đạt đến một cực trị, thường là giá trị cực tiểu [14]. ITAE được chỉ định là tích phân thời gian nhân với sai số tuyệt đối như (22). Giá trị ITAE trong nghiên cứu này đạt 0.2102.



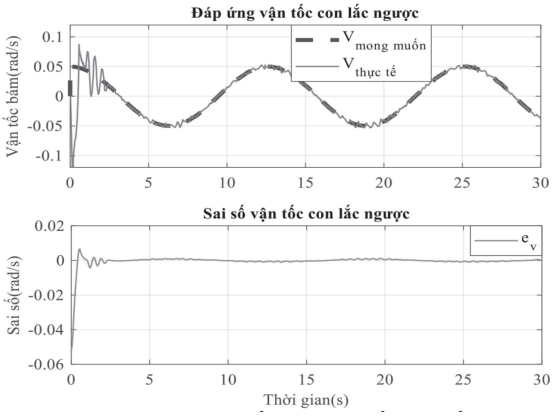
Hình 3. Hàm liên thuộc



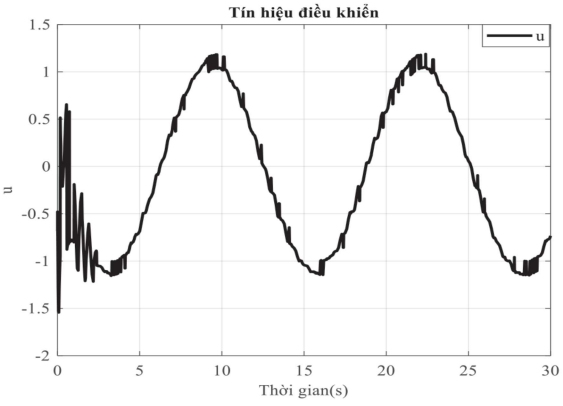
Hình 4. Đáp ứng vị trí và sai số con lắc ngược

$$ITAE = \int_0^T t\left|e(t)\right|dt \quad (22)$$

Hình 5 trình bày đáp ứng vận tốc và sai số của bộ điều khiển được áp dụng cho con lắc ngược. vận tốc thực tế của con lắc tiến về vận tốc mong muốn với sai số khoảng 0.0011(rad/s). Tín hiệu điều khiển được trình bày ở Hình 6. Quan sát Hình 6 ta thấy rằng tín hiệu này đã điều khiển hiệu quả vị trí của con lắc và ít dao động. Kết quả này đã khắc phục được hiện tượng chattering trong điều khiển trượt.

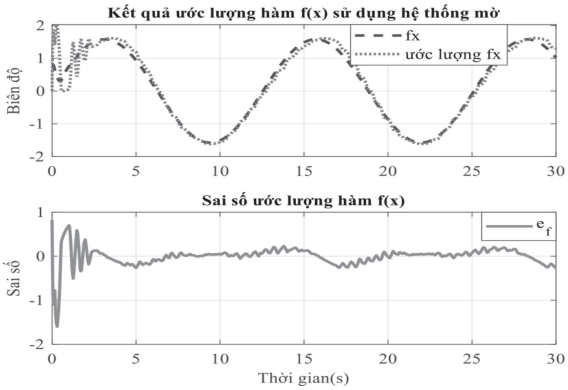


Hình 5. Đáp ứng vận tốc và sai số con lắc ngược

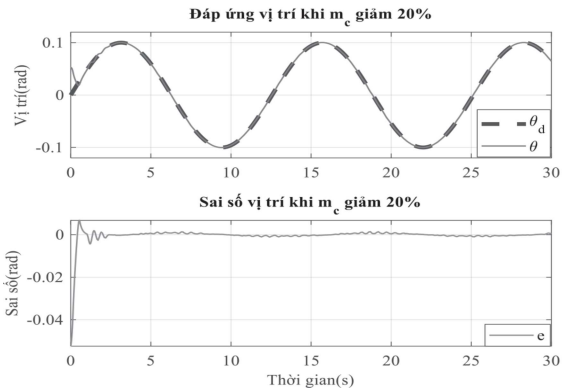


Hình 6. Tín hiệu điều khiển

Kết quả xấp xỉ hàm $f(\boldsymbol{x})$ sử dụng hệ thống mờ và sai số xấp xỉ được trình bày ở Hình 7. Tuy vẫn còn sai số trong xấp xỉ (khoảng 0.1903) nhưng hệ thống mờ cũng đã xấp xỉ tốt hàm $f(\boldsymbol{x})$. Điều này góp phần cùng bộ điều khiển trượt điều khiển hiệu quả góc thực tế của con lắc.

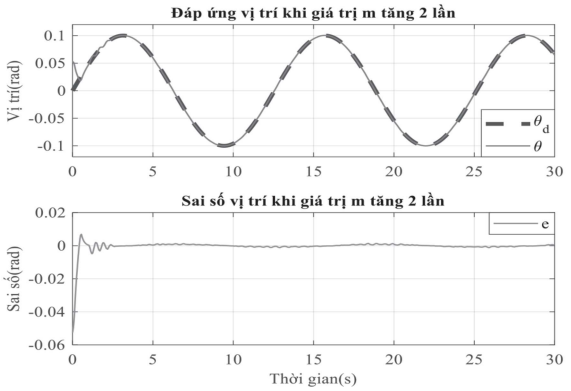


Hình 7. Kết quả và sai số xấp xỉ

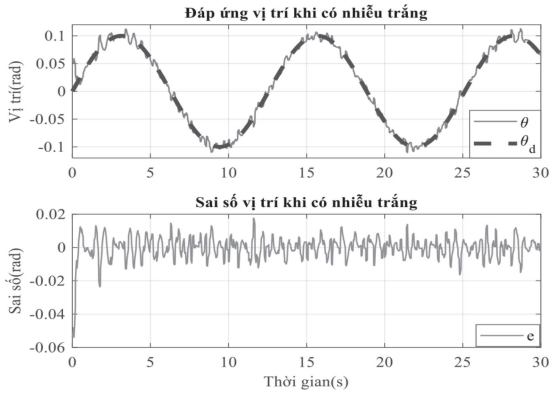


Hình 8. Đáp ứng vị trí và sai số con lắc ngược khi m_c giảm 20%

Đáp ứng vị trí và sai số con lắc ngược khi giá trị m_c giảm 20% và m tăng gấp 2 lần được trình bày như Hình 8 và Hình 9. Hình 10 trình bày đáp ứng vị trí và sai số con lắc ngược khi có nhiễu (giả sử nhiễu cảm biến với công suất 0.001w) tác động vào ngõ ra của hệ thống. Vị trí thực tế của con lắc trong các trường hợp được khảo sát vẫn hội tụ về vị trí mong muốn trong thời gian hữu hạn.



Hình 9. Đáp ứng vị trí và sai số con lắc ngược khi m tăng 2 lần



Hình 10. Đáp ứng vị trí và sai số con lắc ngược khi có nhiễu trắng

Các kết quả đạt được của bộ điều khiển đề xuất như trên thể hiện sự phù hợp, tính hiệu quả và tính bền vững của bộ điều khiển trượt mờ thích nghi áp dụng cho con lắc ngược.

5. Kết luận

Nghiên cứu này đã thiết kế bộ điều khiển trượt dựa vào xấp xỉ hệ thống mờ (gọi là bộ điều khiển trượt mờ thích nghi) cho con lắc ngược. Hệ thống mờ đã xấp xỉ tốt hàm f(x) góp phần cùng bộ điều khiển trượt điều khiển hiệu quả vị trí thực tế của con lắc. Tính ổn định của hệ thống đã được chứng minh bằng lý thuyết Lyapunov. Các kết quả mô phỏng với MATLAB/Simulink cho thấy hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất với thời gian tăng đạt 2.431(s), thời gian xác lập là 3.668(s), độ vọt lố là 1.811(%) và sai số xác lập là 0.001(rad) và hiện tượng chattering được giảm. Hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất được đánh giá thông qua giá trị ITAE (đạt 0.2102). Tuy nhiên, sai số bám và sai số xấp xỉ vẫn còn xuất hiện (với biên độ khoảng 0.001) chính là hạn chế của bài báo. Trong thời gian tới, nghiên cứu sẽ tiếp tục phát triển phương pháp đề xuất kết hợp với ứng dụng các giải thuật tối ưu để cải thiện hiệu quả điều khiển và thực nghiệm mô hình thực tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. A U Sambo, Faisal S. Bala, Nura M Tahir and A Y Babawuro. (2020). *Optimal control of inverted pendulum on cart system*. Journal of Physics: Conference Series, 1502, 1-9.

[2]. Elisa Sara Varghese, Anju K Vincent and Bagyaveereswaran V. (2017). *Optimal control of inverted pendulum system using PID controller, LQR and MPC*. Conf. Series: Materials Science and Engineering, 263, 1-15.

[3]. Kao, S.-T.; Ho, M.-T. (2022). *Balance Control of a Configurable Inverted Pendulum on an Omni-Directional Wheeled Mobile Robot*. Appl. Sci., 12(20), 1-28.

[4]. Ahmad Ilyas Roose, Samer Yahya, Hussain Al-Rizzo. (2017). *Fuzzy-logic control of an inverted pendulum on a cart*. Computers and Electrical Engineering, 61 (2017), 31–47.

[5]. Guillermo Valencia Ochoa, Jorge Duarte Forero and Luis Obregón Quiñones. (2018). *Fuzzy Control of an Inverted Pendulum Systems in MATLAB/Simulink*. Contemporary Engineering Sciences, 11(58), 2857 – 2864.

[6]. S Kumar and M Ajmeri. (2021). *Simulation studies of three types of inverted pendulums via FOPID and PID controller*. Journal of Physics: Conference Series, 1950, 1-15.

[7]. Mustefa Jibril, Messay Tadese and Nuriye Hassen. (2021). *Inverted Pendulum Control using NARMA-L2 with Resilient Backpropagation and Levenberg Marquardt Backpropagation Training Algorithm*. Journal of Engineering and Applied Sciences, 16(10), 324-330.

[8]. Tayfun Abut and Servet Soyguder. (2019). *Real-time control and application with self-tuning PID-type fuzzy adaptive controller of an inverted pendulum*. Industrial Robot: the international journal of robotics research and application, 46(1), 159-170

[9]. Haiyan Wang. (2017). *Neural Network Reference Model Control for Inverted Pendulum Based on Simulink*. Advances in Engineering Research (AER), 130, 982-985.

[10]. Hongliang Gao, Xiaoling Li, Chao Gao, and Jie Wu. (2021). *Neural Network Supervision Control Strategy for Inverted Pendulum Tracking Control*. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2021, 1-14.

[11]. Abdulbasid Ismail Isa, Mukhtar Fatihu Hamza, and Mustapha Muhammad. (2019). *Hybrid Fuzzy Control of Nonlinear Inverted Pendulum System*. Bayero Journal of Engineering and Technology (BJET), 14(2), 201-214.

[12]. Serdar COŞKUN. (2020). *Non-linear Control of Inverted Pendulum*. Çukurova University Journal of the Faculty of Engineering and Architecture, 35(1), 27-38.

[13]. Jinkun Liu and Xinhua Wang. (2011). *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems*, Springer.

[14]. Mustafa Saad. (2017). *Performance Analysis of a Nonlinear Coupled-Tank System Using PI Controller.* Universal Journal of Control and Automation 5(4), 55-62.