

# ĐIỀU KHIỂN ROBOT DỰA VÀO MẶT TRƯỢT CẢI TIẾN VÀ LUẬT TIỆM CẬN

## ROBOT CONTROL BASED ON IMPROVED SLIDING SURFACE AND EXPONENTIAL REACHING LAW

TRẦN TRUNG HIẾU<sup>1</sup>, TRẦN THỊ THÙY TRANG<sup>1</sup>,  
NGUYỄN VIỆT TRUNG<sup>1</sup>, PHẠM THANH TÙNG<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long

<sup>a</sup>Tác giả liên hệ: tungpt@vlute.edu.vn

Nhận bài(Received):8/11/2023; Phản biện (Reviewed):12/11/2023; Chấp nhận(Accepted):28/11/2023

### TÓM TẮT

Bài báo này thiết kế bộ điều khiển trượt với mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận số mũ cho mobile robot. Đây là robot holonomic có thể thực hiện các chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay một cách độc lập và đồng thời. Bộ điều khiển trượt được thiết kế để đảm bảo quỹ đạo thực tế của robot bám theo quỹ đạo tham chiếu trong thời gian hữu hạn với sai số tiến về 0. Mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận hàm mũ được sử dụng để giảm hiện tượng dao động quanh mặt trượt (chattering). Tính ổn định của hệ thống được chứng minh bằng lý thuyết Lyapunov. Các kết quả mô phỏng trong MATLAB/Simulink cho thấy hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất, đáp ứng thực tế của  $x_w$  và  $y_w$  hội tụ về  $x_d$  và  $y_d$  tham chiếu với sai số xác lập hội tụ về 0, thời gian tăng đạt 0,0832s và 0,0764s; thời gian xác lập là 0,1309s và 0,1226s; độ vọt lố là 0,032% và 0,0248% tương ứng, và hiện tượng chattering được giảm.

**Từ khóa:** mặt trượt cải tiến, luật tiệm cận hàm mũ, MATLAB/Simulink, mobile robot, Lyapunov.

### ABSTRACT

*This article designs a sliding mode control with an improved sliding surface and exponential reaching law for mobile robot. This is a holonomic robot that can perform translational and rotational motions independently and simultaneously. The sliding mode control (SMC) is designed to ensure that the robot's actual trajectory follows the desired in a finite time with the error converging to zero. The improved sliding surface and exponential reaching law are used to decrease chattering phenomena around the sliding surface. The stability of the system is proven by Lyapunov's theory. Simulation results in MATLAB/Simulink show the effectiveness of the proposed controller, the actual response of the  $x_w$  and  $y_w$  converges to the reference  $x_d$  and  $y_d$  with the steady-state error converging to zero, the rising time reaches 0.0832s and 0.0764s, the settling time is 0.1309s and 0.1226s, the overshoot is 0.032% and 0.0248%, respectively, and the chattering phenomena was reduced.*

**Keywords:** improved sliding surface, exponential reaching law, MATLAB/Simulink, mobile robot, Lyapunov

### 1. Giới thiệu

Mobile robot là dạng robot holonomic có khả năng di chuyển theo bất kỳ hướng nào mà không cần phải thay đổi vị trí và góc quay [1]. Sự di động vốn có của robot khiến nó được nghiên cứu rộng rãi để ứng dụng môi trường năng động [2]. Mobile robot đã được nhiều nhà khoa học quan tâm và nghiên cứu, chẳng hạn như phương pháp điều khiển tuyến tính hóa quỹ đạo [3] dựa vào mô hình động học của robot, bộ điều khiển PID mờ [4], bộ điều khiển bám quỹ đạo phi tuyến [5], bộ điều khiển PI [6], bộ điều khiển RBF-PD [7], bộ điều khiển trượt và trượt – RBF [8], bộ điều khiển bền vững thích nghi với thành phần bất định [9], bộ điều khiển bám quỹ đạo chính xác chịu sự bất ổn phi cấu trúc [10], [11], bộ điều khiển trượt thích nghi [12], thuật toán gradient chính sách xác định sâu (DDPG) [13], bộ điều khiển bám thích nghi [14] với các ràng buộc trạng thái đầy đủ, bộ bù ước tính nhiễu bằng mạng nơ-ron hàm cơ sở xuyên tâm [15].

Mobile robot đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu với đa dạng các bộ điều khiển, trong đó bộ điều khiển trượt đã được đề cập. Tuy nhiên, các nghiên cứu đã công bố chưa quan tâm đến vấn đề chattering xảy ra trong luật điều khiển trượt hoặc biên độ chattering chưa được cải thiện đáng kể. Đây là hạn chế của bộ điều khiển trượt bên cạnh ưu điểm đáp ứng nhanh và bền vững với sự thay đổi của nhiễu cũng như các thông số của đối tượng.

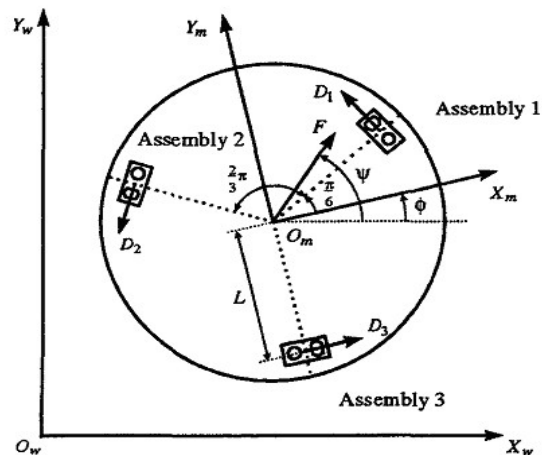
Nghiên cứu này đề xuất sử dụng mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận hàm mũ để điều khiển bám quỹ đạo robot. Mặt trượt

cải tiến được thiết kế thay cho mặt trượt cổ điển góp phần giảm hiện tượng chattering quanh mặt trượt. Luật tiệm cận hàm mũ buộc trạng thái của hệ thống phải tiệm cận bề mặt chuyển mạch nhanh hơn. Tính ổn định của hệ thống được chứng minh bằng lý thuyết Lyapunov.

Nội dung bài báo được tổ chức gồm 5 phần: giới thiệu là phần 1; phần 2 trình bày mô hình toán học của Mobile robot; thiết kế bộ điều khiển trượt dựa vào mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận hàm mũ cho robot được trình bày trong phần 3; phần 4 trình bày các kết quả và thảo luận, và kết luận là phần 5.

### 2. Mô hình toán học của robot

Cho robot di động chuyển động cứng trên không gian làm việc. Giả sử rằng hệ tọa độ tuyệt đối  $O_w - X_w Y_w$  được cố định trên mặt phẳng và hệ tọa độ chuyển động  $O_m - X_m Y_m$  được cố định trên tâm của trọng lực cho robot di chuyển như Hình 1 [13].



Hình 1. Mô hình robot [13]

Phương trình động lực học robot như sau:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_w \\ \ddot{y}_w \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & -a_2\dot{\phi} & 0 \\ a_2\dot{\phi} & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_w \\ \dot{y}_w \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1\gamma_1 & b_1\gamma_2 & 2b_1 \cos \phi \\ b_1\gamma_3 & b_1\gamma_4 & 2b_1 \sin \phi \\ b_2 & b_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{f\ddot{x}} \\ D_{f\ddot{y}} \\ D_{f\ddot{\phi}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= A_w \beta + B_w U + D_f$$

Với  $D_f = [D_{fx} \ D_{fy} \ D_{f\phi}]^T$  là nhiễu hệ thống chưa biết.

$$A_w = \begin{bmatrix} a_1 & -a_2\dot{\phi} & 0 \\ a_2\dot{\phi} & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} b_1\gamma_1 & b_1\gamma_2 & 2b_1 \cos \phi \\ b_1\gamma_3 & b_1\gamma_4 & 2b_1 \sin \phi \\ b_2 & b_2 & b_2 \end{bmatrix}, U = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T,$$

$$a_1 = \frac{-3c}{(3I_w + 2Mr^2)}; a_2' = \frac{2Mr^2}{(3I_w + 2Mr^2)}; a_3 = \frac{-3cL^2}{(3I_wL^2 + I_vr^2)}; b_1 = \frac{kr}{(3I_w + 2Mr^2)}; b_2 = \frac{krL}{(3I_w + I_vr^2)}$$

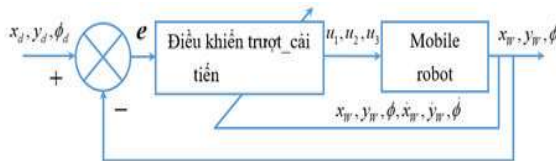
$$a_2 = 1 - a_2' = \frac{3I_w}{(3I_w + 2Mr^2)}; \gamma_1 = -\sqrt{3} \sin \phi - \cos \phi; \gamma_2 = \sqrt{3} \sin \phi - \cos \phi$$

$$\gamma_3 = \sqrt{3} \cos \phi - \sin \phi; \gamma_4 = -\sqrt{3} \cos \phi - \sin \phi$$

Trong đó:  $L$  là khoảng cách giữa bất kỳ bộ phận và tâm trọng lực của robot,  $c$  là hệ số ma sát nhớt cho bánh xe,  $D_i$  là lực lái cho mỗi bộ phận,  $r$  là bán kính của mỗi bánh xe,  $I_v$  là mô-men quán tính của mỗi bánh xe quanh trục lái,  $w_i$  là tốc độ quay của bánh xe,  $k$  là yếu tố độ lợi lái,  $u_i$  momen xoắn ngõ vào lái.

### 3. Thiết kế bộ điều khiển robot dựa vào mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận hàm mũ

Sơ đồ cấu trúc bộ điều khiển đề xuất như Hình 2 với  $\beta = [x_w \ y_w \ \phi]^T$  là ngõ ra thực tế,  $\beta_d = [x_d \ y_d \ \phi_d]^T$  là ngõ vào tham chiếu và  $u_1, u_2, u_3$  là các ngõ vào điều khiển cho bánh xe 1, 2 và 3 tương ứng của robot.



Hình 2. Sơ đồ cấu trúc bộ điều khiển đề xuất

Sai số được định nghĩa như (2) sau:

$$e = \beta - \beta_d \quad (2)$$

Đạo hàm bậc một và hai của (2), ta được (3) và (4):

$$\dot{e} = \dot{\beta} - \dot{\beta}_d \quad (3)$$

$$\ddot{e} = \ddot{\beta} - \ddot{\beta}_d = \begin{bmatrix} \ddot{x}_w \\ \ddot{y}_w \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{y}_d \\ \ddot{\phi}_d \end{bmatrix} = \dot{X} - \dot{\beta}_d$$

$$= A_w X + B_w U + D_f - \dot{\beta}_d \quad (4)$$

Mặt trượt tích phân tỷ lệ cải tiến (PI: Proportional Integral) được định nghĩa như (5):

$$s = s_1 + s_2 = 2\dot{e} + (\lambda + 2\alpha)e + \alpha^2 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (5)$$

Trong đó:  $\lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ,  $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  với  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  phải là hằng số  $>0$  để thỏa Hurwitz

Với mặt trượt tỷ lệ và mặt trượt tích phân như (6) và (7):

$$s_1(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right) e(t) \quad (6)$$

$$s_2(t) = \left( \frac{d}{dt} + \alpha \right)^2 \xi_e(t); \xi_e(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (7)$$

Thế (4) vào đạo hàm của (5), ta được (8):

$$\dot{s} = 2(A_w X + B_w U + D_f - \dot{\beta}_d) + (\lambda + 2\alpha)\dot{e} + \alpha^2 e \quad (8)$$

Luật tiệm cận hàm mũ (ERL: Exponential Reaching Law) như (9) [16]:

$$\dot{s} = -\eta \text{sign}(s) - \kappa s \quad (9)$$

Với  $\eta = \text{diag}([\eta_x, \eta_y, \eta])$ ,

$\kappa = \text{diag}([\kappa_x, \kappa_y, \kappa_\phi])$  là các ma trận đối xứng xác định dương.

Luật điều khiển trượt dựa vào mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận hàm mũ (PI-SMC-ERL) cho robot như (10):

$$U = -\frac{1}{2} B_w^{-1} \left[ 2(A_w X + D_f - \ddot{\beta}_d) \right.$$

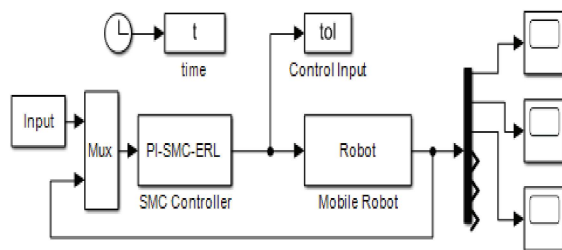
$$\left. + (\lambda + 2\alpha)\dot{e} + \alpha^2 e + \eta \text{sign}(s) + \kappa s \right] + D_f - \ddot{\beta}_d \quad (12)$$

$$= s \left[ -\eta \text{sign}(s) - \kappa s \right] = -\eta |s| - \kappa s^2 < 0$$

Trong đó,  $\eta, \kappa$  là các ma trận đối xứng xác định dương. Thêm vào đó, sai số  $e(t)$  sẽ hội tụ về 0 dẫn theo  $s(t) \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$ . Vì thế  $e(t), \dot{e}(t) \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$ .

#### 4. Kết quả và thảo luận

Sơ đồ mô phỏng với MATLAB/Simulink bộ điều khiển đề xuất như Hình 3.



Hình 3. Sơ đồ mô phỏng với MATLAB/Simulink

Các thông số của robot được sử dụng trong mô phỏng như sau:

$$I_v = 11,25(kgm^2), M = 9,4(kg),$$

$$L = 0,178(m), k = 0,448,$$

$$c = 0,1889(kgm^2 / s),$$

$$+ (\lambda + 2\alpha)\dot{e} + \alpha^2 e + \eta \text{sign}(s) + \kappa s \quad (10)$$

Để chứng minh tính ổn định, hàm Lyapunov được định nghĩa như (11):

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (11)$$

Lúc này,

$$\dot{V} = s\dot{s} = s \left[ 2(A_w X + B_w U + D_f - \ddot{\beta}_d) \right. \\ \left. + (\lambda + 2\alpha)\dot{e} + \alpha^2 e \right]$$

$$I_\omega = 0,02108(kgm^2) \text{ và } r = 0,0245(m).$$

Các thông số của bộ điều khiển đề xuất như sau:  $\kappa = \text{diag}([15,15,8])$ ,

$$\eta = \text{diag}([200,200,200]),$$

$$\lambda = \text{diag}([150,150,150])$$

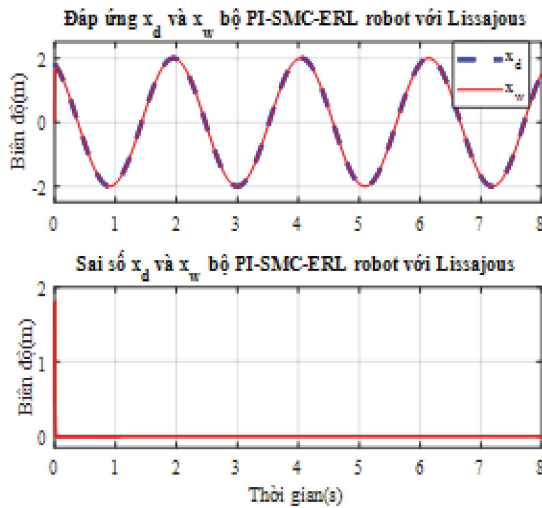
$$\text{và } \alpha = \text{diag}([120,120,120]).$$

Kết quả đáp ứng và sai số của bộ điều khiển PI-SMC-ERL giữa  $x_d$  và  $x_w$  với đường cong Lissajous được trình bày như Hình 4 và Hình 5 thể hiện đáp ứng và sai số giữa  $y_d$  và  $y_w$ . Quan sát Hình 4 ta thấy rằng  $x_d$  hội tụ về  $x_w$  với thời gian tăng đạt 0,0102s, thời gian xác lập là 0,0186s, sai số xác lập tiến về 0 và độ vọt lố là 0,032%; và từ Hình 5  $y_d$  hội tụ về  $y_w$  với thời gian tăng đạt 0,0102s, thời gian xác lập là 0,0186s, sai số xác lập tiến về 0 và độ vọt lố là 0,0248%. Các chỉ tiêu chất lượng được trình bày như Bảng 1.

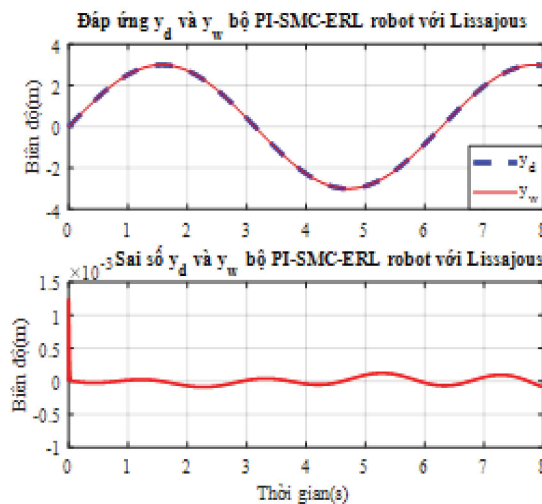
Bảng 1. Các chỉ tiêu chất lượng đạt được của bộ điều khiển PI-SMC-ERL

Chỉ tiêu chất lượng	Thời gian tăng (s)	Thời gian xác lập (s)	Sai số xác lập (m)	Độ vọt lố (%)
$x_w$	0,0832	0,1309	0	0,032
$y_w$	0,0764	0,1226	0	0,0248

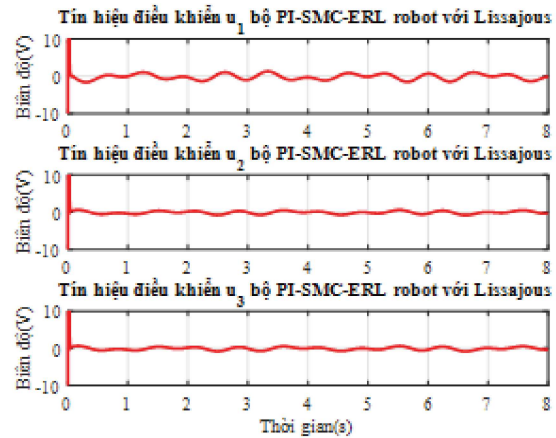
Hình 6 trình bày các tín hiệu điều khiển của bộ điều khiển PI-SMC-ERL. Các tín hiệu điều khiển này có biên độ nhỏ và tần số dao động thấp. Điều này chứng tỏ mặt trượt PI đã khắc phục được nhược điểm của điều khiển trượt truyền thống (Hình 7).



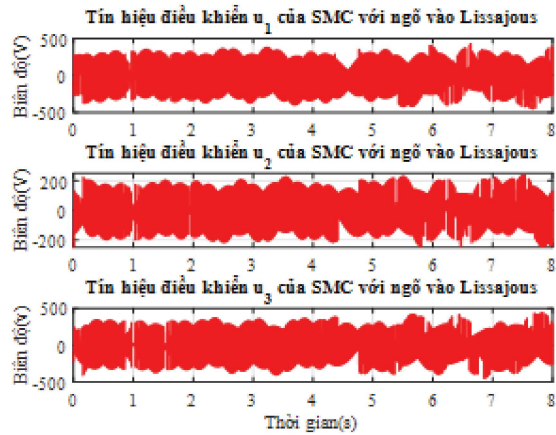
Hình 4. Đáp ứng và sai số  $x_d$  và  $x_w$  bộ điều khiển PI-SMC-ERL với Lissajous



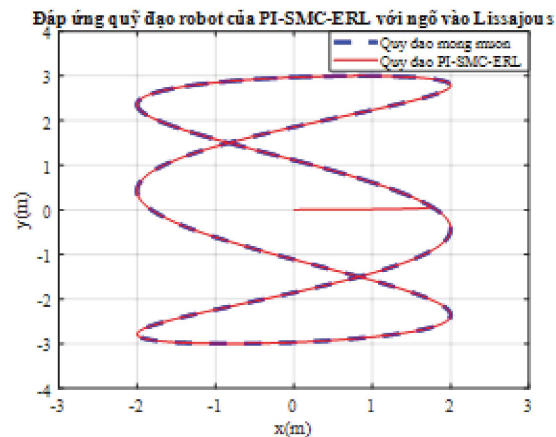
Hình 5. Đáp ứng và sai số  $y_d$  và  $y_w$  bộ điều khiển PI-SMC-ERL với Lissajous



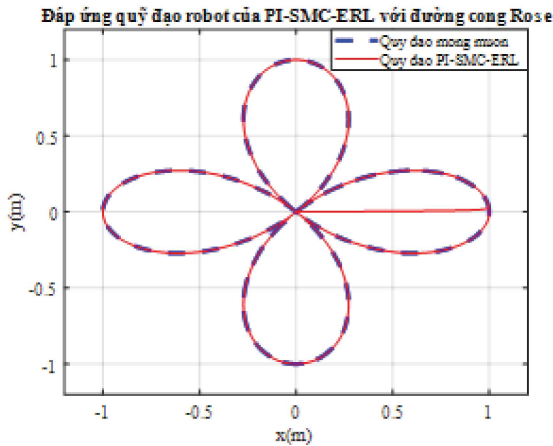
Hình 6. Các tín hiệu điều khiển bộ PI-SMC-ERL



Hình 7. Các tín hiệu điều khiển bộ SMC truyền thống



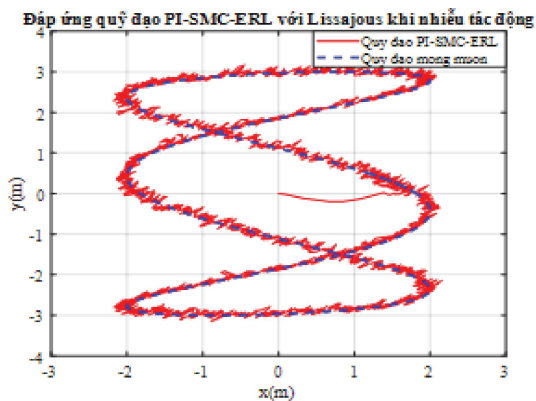
Hình 8. Đáp ứng quỹ đạo Lissajous của bộ điều khiển PI-SMC-ERL



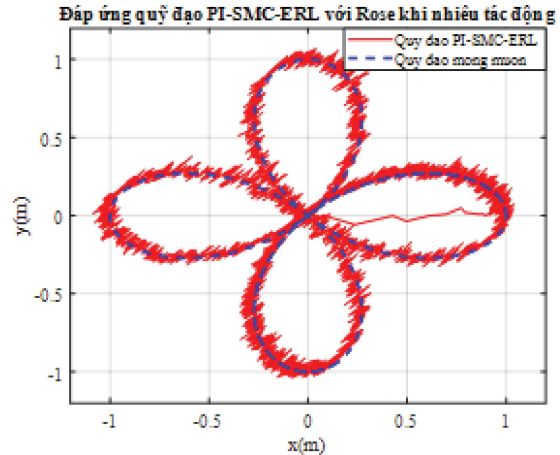
**Hình 9. Đáp ứng quỹ đạo Rose của bộ điều khiển PI-SMC-ERL**

Đáp ứng quỹ đạo Lissajous của bộ điều khiển PI-SMC-ERL được trình bày như Hình 8. Hình 9 trình bày đáp ứng quỹ đạo với đường cong Rose. Các quỹ đạo thực tế của robot hội tụ về quỹ đạo mong muốn trong thời gian hữu hạn với sai số hội tụ về 0.

Hình 10 và Hình 11 trình bày đáp ứng quỹ đạo của bộ điều khiển PI-SMC-ERL với đường cong Lissajous và Rose tương ứng trong trường hợp có nhiễu tác động ở ngõ ra của robot (giả sử nhiễu cảm biến có công suất là  $0,00005w$ , thời gian lấy mẫu là  $0,001s$ ). Trong trường hợp này, các quỹ đạo thực tế của robot vẫn hội tụ về quỹ đạo tham chiếu trong thời gian hữu hạn với sai số hội tụ về 0.



**Hình 10. Đáp ứng quỹ đạo của bộ điều khiển PI-SMC-ERL với đường cong Lissajous trong trường hợp có nhiễu tác động ở ngõ ra**



**Hình 11. Đáp ứng quỹ đạo của bộ điều khiển PI-SMC-ERL với đường cong Rose trong trường hợp có nhiễu tác động ở ngõ ra**

Từ các kết quả đạt được như trên, bộ điều khiển PI-SMC-ERL đã chứng tỏ tính bền vững, sự phù hợp và hiệu quả trong ứng dụng điều khiển bám quỹ đạo robot.

## 5. Kết luận

Bài báo đã thiết kế bộ điều khiển trượt với mặt trượt cải tiến và luật tiệm cận hàm mũ cho mobile robot. Tính ổn định của hệ thống được chứng minh bằng lý thuyết Lyapunov. Các kết quả mô phỏng trong MATLAB/Simulink cho thấy hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất, đáp ứng thực tế của  $x_w$  và  $y_w$  hội tụ về  $x_d$  và  $y_d$  tham chiếu với sai số xác lập hội tụ về 0, thời gian tăng đạt  $0,0832s$  và  $0,0764s$ ; thời gian xác lập là  $0,1309s$  và  $0,1226s$ ; độ vọt lố là  $0,032\%$  và  $0,0248\%$  tương ứng, và hiện tượng chattering được giảm. Kết quả khảo sát với trường hợp nhiễu tác động ở ngõ ra và ngõ vào tham chiếu thay đổi của bộ điều khiển PI-SMC-ERL đã cho thấy tính bền vững, sự phù hợp và hiệu quả của bộ điều khiển này trong ứng dụng điều khiển bám quỹ đạo robot.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Djebrani, A. Benali, and F. Abdessemed. (2012). *Modelling and control of an omnidirectional mobile manipulator*. Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 22(3), 601–616.
- [2] Y. Shi and R. Eberhart. (1998). *A modified particle swarm optimizer*. in 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360), Anchorage, AK, USA: IEEE, 69–73.
- [3] Y. Liu, J. J. Zhu, R. L. Williams, and J. Wu. (2008). *Omni-directional mobile robot controller based on trajectory linearization*. Robot. Auton. Syst., 56(5), 461–479.
- [4] Q. Xu, J. Kan, S. Chen, and S. Yan. (2014). *Fuzzy PID Based Trajectory Tracking Control of Mobile Robot and its Simulation in Simulink*. Int. J. Control Autom., 7(8), 233–244.
- [5] L. Ovalle, H. Ríos, M. Llama, V. Santibáñez, and A. Dzul. (2019). *Omnidirectional mobile robot robust tracking: Sliding-mode output-based control approaches*. Control Eng. Pract., 85(4), 50–58.
- [6] Nguyễn Đình Tứ, Trần Chí Cường, and Lê Hoàng Đăng. (2016). *Mô hình hóa và điều khiển Robot ba bánh đĩa hướng*. Hội Nghị Cơ Điện Tử Toàn Quốc Lần Thứ 8 VCM, 517–523.
- [7] Lê Hoàng Đăng, Nguyễn Đình Tứ, and Trần Chí Cường. (2016). *Thử nghiệm bộ điều khiển RBF-PD trên mô hình Robot ba bánh đĩa hướng*. Chuyên San Đo Lường Điều Khiển Và Tự Động Hóa, 17, 51–55.
- [8] Tung Thanh Pham, Dong Van Huong, Chi-Ngon Nguyen, and Minh Thanh Le. (2017). *Comparison of SMC and RBF-SMC on mobile robot control system*. 16th ASIA Marit. Fish. Univ. FORUM, 325–339.
- [9] W. Xiao, G. Wang, J. Tian, and L. Yuan. (2023). *A novel adaptive robust control for trajectory tracking of mobile robot with uncertainties*. J. Vib. Control, 49(1), 238-252.
- [10] G. Da Silva Lima, V. R. F. Moreira, and W. M. Bessa. (2023). *Accurate trajectory tracking control with adaptive neural networks for omnidirectional mobile robot subject to unmodeled dynamics*. J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng., 45(1), 1–11.
- [11] X. Feng and C. Wang. (2023). *Adaptive neural network tracking control of an omnidirectional mobile robot*. Proc. Inst. Mech. Eng. Part J. Syst. Control Eng., 237(3), 375–387.
- [12] L. T. Hoan, T. Dong, and V. V. Thong. (2023). *Adaptive Sliding Mode Control for Three-Wheel Omnidirectional Mobile Robot*. Int. J. Eng. Trends Technol., 71(5), 9–17.

- [13] A. Mehmood, I. U. H. Shaikh, and A. Ali. (2021). *Application of Deep Reinforcement Learning for Tracking Control of 3WD Omnidirectional Mobile Robot*. Inf. Technol. Control, 50(3), 507–521.
- [14] W. Zheng and Y. Jia. (2017). *Trajectory Tracking Control for Omnidirectional Mobile Robots with Full-State Constraints*. in Proceedings of 2017 Chinese Intelligent Automation Conference, vol. 458, Z. Deng, Ed., in Lecture Notes in Electrical Engineering, 458, 605–612.
- [15] C.-G. Yun, Y.-C. Sin, H.-R. Ri, and K.-N. Jo. (2023). *Trajectory tracking control of a three-wheeled omnidirectional mobile robot using disturbance estimation compensator by RBF neural network*. J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng., 45(8), 432-443.
- [16] J. Liu. (2017). *Sliding Mode Control Using MATLAB*. Academic Press.